Verovatnosna logika sa operatorom uslovne verovatnoće

Petar Maksimović, Dragan Doder,
Bojan Marinković i Aleksandar Perović

Matematički institut SANU

ARGO
24.12.2008.

Pregled

Outline

Verovatnosne logike

- Keisler sredina 70tih: Verovatnosni kvantori

Verovatnosne logike

- Keisler sredina 70tih: Verovatnosni kvantori
- Nilsson, N.: Probabilistic logic. Articial intelligence 28, 7187 (1986)

Verovatnosne logike

- Keisler sredina 70tih: Verovatnosni kvantori
- Nilsson, N.: Probabilistic logic. Articial intelligence 28, 7187 (1986)
- Logičko rezonovanje nad prostorom verovatnoća

Verovatnosne logike

- Keisler sredina 70tih: Verovatnosni kvantori
- Nilsson, N.: Probabilistic logic. Articial intelligence 28, 7187 (1986)
- Logičko rezonovanje nad prostorom verovatnoća
- Vrednosti formula ostaju $\top$ ili $\bot$

Logike sa operatorom uslovne verovatnoće

Verovatnosne logike

- $P_{\geq s}$, gde je $s \in S \subset [0, 1]$
- $(P_{\geq s}\alpha \wedge P_{\geq t}(\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow P_{\geq r}\beta$
- Kripkeovi modeli sa merama verovatnoće definisanim preko svetova

Logike sa operatorom uslovne verovatnoće

Verovatnosne logike

- $P_{\geq s}$, gde je $s \in S \subset [0, 1]$
- $(P_{\geq s}\alpha \wedge P_{\geq t}(\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow P_{\geq r}\beta$
- Kripkeovi modeli sa merama verovatnoće definisanim preko svetova

Verovatnosne logike sa operatorom uslovne verovatnoće

- Uvodimo novi operator $CP(\alpha, \beta)$
- Kolorovljeva definicija uslovne verovatnoće:
  $P(\alpha|\beta) = \frac{P(\alpha\wedge\beta)}{P(\beta)}, P(\beta) > 0$

Motivacija

R. Fagin, J. Halpern, N. Megiddo. Logic for reasoning about probabilities.(1990)

- Logic for linear weight formulas (LWF)

$$w(\alpha) + 3w(\beta) - 5w(\gamma) \geqslant 0.2$$

slaba potpunost + odlučivost (NP)

- Logic for polynomial weight formulas (PWF)

$$w(\alpha)^2 w(\beta) - 5w(\gamma) \geqslant w(\alpha)w(\gamma)$$

slaba potpunost + odlučivost (PSPACE)

- Interpretation of polynomial weight formulas in first order logic

$$\forall x(xw(\alpha)^2 + w(\beta) = 0.7)$$

slaba potpunost + odlučivost (EXPSPACE)

- LPCP je međulogika (u odnosu na LWF i PWF)
- Dokazana je jaka potpunost za LPCP
- LPCP je odlučiva (PSPACE)

Outline

- $Var = \{p_n \mid n < \omega\}$ skup iskaznih promenljivih.
- For_C skup iskaznih formula nad Var.
- α, β i γ elementi skupa For_C.

- $Var = \{p_n \mid n < \omega\}$ skup iskaznih promenljivih.
- For_C skup iskaznih formula nad Var.
- α, β i γ elementi skupa For_C.

Definicija

Skup $Term$ svih verovatnosnih termova definišemo rekurzivno na sledeći način:

- $Term(0) = \{\underline{s} \mid s \in \mathbb{Q}\} \cup \{CP(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in For_C\}$.
- $Term(n+1) = Term(n) \cup \{(\mathtt{f} + \mathtt{g}), (\underline{s} \cdot \mathtt{g}), (-\mathtt{f}) \mid \mathtt{f}, \mathtt{g} \in Term(n),\ s \in \mathbb{Q}\}$
- $Term = \bigcup_{n=0}^{\infty} Term(n)$. □

- $\mathtt{f}, \mathtt{g}$ i $\mathtt{h}$ promenljive koje označavaju termove
- $\mathtt{f} + \mathtt{g} = (\mathtt{f} + \mathtt{g})$
- $\mathtt{f} + \mathtt{g} + \mathtt{h} = ((\mathtt{f} + \mathtt{g}) + \mathtt{h})$
- $-\mathtt{f} = (-\mathtt{f})$
- $\mathtt{f} - \mathtt{g} = (\mathtt{f} + (-\mathtt{g}))$

Takođe, pišemo i $P(\alpha)$ umesto $CP(\alpha, \top)$, gde je sa $\top$ označena proizvoljna instanaca iskazne tautologije.

Definicija

Osnovna verovatnosna formula je oblika $\mathtt{f} \geqslant \underline{0}$. Definišemo i skraćenice:

- $\mathtt{f} \leqslant \underline{0}$ za $-\mathtt{f} \geqslant \underline{0}$;
- $\mathtt{f} > \underline{0}$ za $\neg(\mathtt{f} \leqslant \underline{0})$;
- $\mathtt{f} < \underline{0}$ za $\neg(\mathtt{f} \geqslant \underline{0})$;
- $\mathtt{f} = \underline{0}$ za $\mathtt{f} \leqslant \underline{0} \ \wedge \ \mathtt{f} \geqslant \underline{0}$;
- $\mathtt{f} \neq \underline{0}$ za $\neg(\mathtt{f} = \underline{0})$;
- $\mathtt{f} \geqslant \mathtt{g}$ za $\mathtt{f} - \mathtt{g} \geqslant \underline{0}$.

Na sličan način definišemo i $\mathtt{f} \leqslant \mathtt{g}$, $\mathtt{f} > \mathtt{g}$, $\mathtt{f} < \mathtt{g}$, $\mathtt{f} = \mathtt{g}$ i $\mathtt{f} \neq \mathtt{g}$. □

- Verovatnosna formula je *Boolean*-ska kombinacija osnovnih verovatnosnih formula.
- For_P označavamo skup svih verovatnosnih formula.
- ϕ, ψ i θ promeljive iz skupa For_P

- Verovatnosna formula je *Boolean*-ska kombinacija osnovnih verovatnosnih formula.
- For_P označavamo skup svih verovatnosnih formula.
- ϕ, ψ i θ promeljive iz skupa For_P
- $For = For_C \cup For_P$
- Φ, Ψ i Θ promeljive iz skupa For

Outline

Model definišemo kao Kripkeov model, M uređena četvorka $\langle W, H, \mu, v\rangle$ za koju važi:

- W neprazan skup - skup svetova
- H algebra skupova nad W.
- $\mu : H \longrightarrow [0,1]$ konačno aditivna funkcija verovatnoće
- $v : For_C \times W \longrightarrow \{0,1\}$ istinitosna dodela.
- $[\alpha]_M = \{w \in W \mid v(\alpha, w) = 1\}$

Kažemo da je M *merljiv* ukoliko je $[\alpha]_M \in H$ za sve $\alpha \in For_C$.

Definicija

Neka je $M = \langle W, H, \mu, v \rangle$ merljiv model. Relaciju zadovoljivosti $\models$ definišemo na sledeći način:

- $M \models \alpha$ ako je $v(\alpha, w) = 1$ za sve $w \in W$.
- $M \models \mathtt{f} \geqslant \underline{0}$ ako je $\mathtt{f}^M \geqslant 0$, gde je $\mathtt{f}^M$ definisano sa:
  - $\underline{s}^M = s$.
  - $CP(\alpha, \beta)^M = \mu([\alpha \wedge \beta]) \cdot \mu([\beta])^{-1}$.
  - $(\mathtt{f} + \mathtt{g})^M = \mathtt{f}^M + \mathtt{g}^M$.
  - $(\underline{s} \cdot \mathtt{g})^M = s \cdot \mathtt{g}^M$.
  - $(-\mathtt{f})^M = -(\mathtt{f}^M)$.
- $M \models \neg\phi$ ako $M \not\models \phi$.
- $M \models \phi \wedge \psi$ ako $M \models \phi$ i $M \models \psi$. $\square$

- Formula Φ je *zadovoljiva* ukoliko postoji merljiv model M takav da $M \models \Phi$.

- Formula Φ je *zadovoljiva* ukoliko postoji merljiv model M takav da $M \models \Phi$.
- Φ je *validna* ukoliko je zadovoljiva u svim merljivim modelima.

- Formula Φ je *zadovoljiva* ukoliko postoji merljiv model M takav da $M \models \Phi$.
- Φ je *validna* ukoliko je zadovoljiva u svim merljivim modelima.
- Skup formula T je *zadovoljiv* ukoliko postoji merljiv model M takav da $M \models \Phi$ za sve $\Phi \in T$.

Outline

AX_{LPCP}

- Aksiome iskaznog računa
- Aksiome verovatnosnog računa
- Aritmetičke aksiome
- Pravila izvođenja

Aksiome iskaznog računa

A1. $\tau(\Phi_1, \ldots, \Phi_n)$, gde je $\tau(p_1, \ldots, p_n) \in For_C$ proizvoljna tautologija i Φ_i ili iskazna ili verovatnosna formula.

Aksiome verovatnosnog računa

A2. $P(\alpha) \geqslant \underline{0}$;
A3. $P(\top) = \underline{1}$;
A4. $P(\bot) = \underline{0}$;
A5. $P(\alpha \leftrightarrow \beta) = \underline{1} \;\rightarrow\; P(\alpha) = P(\beta)$;
A6. $P(\alpha \vee \beta) = P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha \wedge \beta)$;
A7. $(P(\alpha \wedge \beta) = \underline{r} \wedge P(\beta) = \underline{s}) \rightarrow CP(\alpha, \beta) = \underline{r \cdot s^{-1}}, \underline{s} > 0$.

Aritmetičke aksiome

A8. $\underline{r} \geqslant \underline{s}$, kad god $r \geqslant s$;
A9. $\underline{s} \cdot \underline{r} = \underline{sr}$;
A10. $\underline{s} + \underline{r} = \underline{s + r}$;
A11. $\mathtt{f} + \mathtt{g} = \mathtt{g} + \mathtt{f}$;
A12. $(\mathtt{f} + \mathtt{g}) + \mathtt{h} = \mathtt{f} + (\mathtt{g} + \mathtt{h})$;
A13. $\mathtt{f} + \underline{0} = \mathtt{f}$;
A14. $\mathtt{f} - \mathtt{f} = \underline{0}$;
A15. $(\underline{r} \cdot \mathtt{f}) + (\underline{s} \cdot f) = \underline{r + s} \cdot \mathtt{f}$;
A16. $\underline{s} \cdot (\mathtt{f} + \mathtt{g}) = (\underline{s} \cdot \mathtt{f}) + (\underline{s} \cdot \mathtt{g})$
A17. $\underline{r} \cdot (\underline{s} \cdot \mathtt{f}) = \underline{r \cdot s} \cdot \mathtt{f}$
A18. $\underline{1} \cdot \mathtt{f} = \mathtt{f}$
A19. $\mathtt{f} \geqslant \mathtt{g} \ \vee \ \mathtt{g} \geqslant \mathtt{f}$
A20. $(\mathtt{f} \geqslant \mathtt{g} \ \wedge \ \mathtt{g} \geqslant \mathtt{h}) \rightarrow \mathtt{f} \geqslant \mathtt{h}$
A21. $\mathtt{f} \geqslant \mathtt{g} \ \rightarrow \ \mathtt{f} + \mathtt{h} \geqslant \mathtt{g} + \mathtt{h}$
A22. $(\mathtt{f} \geqslant \mathtt{g} \ \wedge \ \underline{s} > \underline{0}) \ \rightarrow \underline{s} \cdot \mathtt{f} \geqslant \underline{s} \cdot \mathtt{g}$

Pravila izvođenja

R1. Iz Φ i $\Phi \rightarrow \Psi$ izvodimo Ψ.

R2. Iz α izvodimo $P(\alpha) = \underline{1}$.

R3. Iz skupa premisa $\{\phi \rightarrow \mathtt{f} \geqslant \underline{-n^{-1}} \mid n = 1, 2, 3, \dots\}$ izvodimo $\phi \rightarrow \mathtt{f} \geqslant \underline{0}$.

Outline

Pregled

Indukcijom po dužini dokaza može se pokazati saglasnost aksiomatizacije i klase merljivih modela.

Pregled

Indukcijom po dužini dokaza može se pokazati saglasnost aksiomatizacije i klase merljivih modela.
Da bi se dokazala potpunost, pokazujemo da je svaki konzistentan skup rečenica zadovoljiv.

- Teorema dedukcije

Pregled

Indukcijom po dužini dokaza može se pokazati saglasnost aksiomatizacije i klase merljivih modela.
Da bi se dokazala potpunost, pokazujemo da je svaki konzistentan skup rečenica zadovoljiv.

- Teorema dedukcije
- Opis proširivanja konzistentan skup T do maksimalno konzistentnog skupa

Pregled

Indukcijom po dužini dokaza može se pokazati saglasnost aksiomatizacije i klase merljivih modela.
Da bi se dokazala potpunost, pokazujemo da je svaki konzistentan skup rečenica zadovoljiv.

- Teorema dedukcije
- Opis proširivanja konzistentan skup T do maksimalno konzistentnog skupa
- Konstrukcija kanonskog modela na osnovu maksimalno konzistentog skupa

Pregled

Indukcijom po dužini dokaza može se pokazati saglasnost aksiomatizacije i klase merljivih modela.
Da bi se dokazala potpunost, pokazujemo da je svaki konzistentan skup rečenica zadovoljiv.

- Teorema dedukcije
- Opis proširivanja konzistentan skup T do maksimalno konzistentnog skupa
- Konstrukcija kanonskog modela na osnovu maksimalno konzistentog skupa
- Za svaki svet w kanonskog modela, rečenica A je zadovoljiva u w akko $A \in w$, što za posledicu ima da je skup T zadovoljiv

Teorema dedukcije

Neka je T skup formula i neka je $\Phi, \Psi \in For$. Tada $T \vdash \Phi \rightarrow \Psi$ akko $T \cup \{\Phi\} \vdash \Psi$.

Teorema dedukcije

Neka je T skup formula i neka je $\Phi, \Psi \in For$. Tada $T \vdash \Phi \to \Psi$ akko $T \cup \{\Phi\} \vdash \Psi$.

Lema

Neka je T konzistentan skup formula. Ako je $T \cup \{\phi \to \mathtt{f} \geqslant \underline{0}\}$ nekonzistentan skup, tada postoji ceo broj n takav da je $T \cup \{\phi \to \mathtt{f} < \underline{-n^{-1}}\}$ konzistentan skup.

Definicija

Pretpostavimo da je T konzistentan skup formula takav da je $For_P = \{\phi_i \mid i = 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Sa T^* definišemo zatvorenje skupa T na sledeći način:

1. $T_0 = T \cup \{\alpha \in For_C \mid T \vdash \alpha\} \cup \{P(\alpha) = \underline{1} \mid T \vdash \alpha\}$.
2. Ukoliko je $T_i \cup \{\phi_i\}$ konzistentan tada je i $T_{i+1} = T_i \cup \{\phi_i\}$.
3. Ukoliko je $T_i \cup \{\phi_i\}$ nekonzistentan, tada:
    1. Ukoliko je ϕ_i oblika $\psi \to \mathtt{f} \geqslant \underline{0}$, tada $T_{i+1} = T_i \cup \{\psi \to \mathtt{f} < \underline{-n^{-1}}\}$, gde je n pozitivan ceo broj takav da je T_{i+1} konzistentan.
    2. Inače $T_{i+1} = T_i$. $\square$

Teorema

Pretpostavimo da je T konzitentan skup formula i da je T^* konstruisan prema predhodnom. Tada:

1. T^* je deduktivno zatvoren, tj. ako $T^* \vdash \Phi$ tada je $\Phi \in T^*$.
2. Postoje $\alpha \in For_C$ i $\phi \in For_P$ takvi da $\alpha \notin T^*$ i $\phi \notin T^*$.
3. Za svako $\phi \in For_P$, ili je $\phi \in T^*$ ili je $\neg\phi \in T^*$.

Kanonski model

Za dato zatvorenje T^*, definišemo *kanonski model* M^* na sledeći način:

- W je skup svih funkcija $w : For_C \longrightarrow \{0,1\}$ koje zadovoljavaju:
  - w je saglasno sa $\neg$ i $\wedge$.
  - $w(\alpha) = 1$ za svako $\alpha \in T^*$.
- $v : For_C \times W \longrightarrow \{0,1\}$ definisano je sa $v(\alpha, w) = 1$ akko $w(\alpha) = 1$.
- $H = \{[\alpha] \mid \alpha \in For_C\}$.
- $\mu : H \longrightarrow [0,1]$ je definisano sa
  $\mu([\alpha]) = \sup\{s \in [0,1] \cap \mathbb{Q} \mid T^* \vdash P(\alpha) \geqslant \underline{s}\}$.

Lema

M^* je merljiv model.

Lema

M^* je merljiv model.

Teorema jake potpunosti

Svaki konzistentan skup formula ima merljiv model.

Outline

Teorema

Problem zadovoljivosti verovatnosnih formula je odlučiv i nalazi se u klasi PSPACE.

Prezapisivanje u PWF u linearnom vremenu:

$$CP(\alpha, \beta) \equiv \frac{w(\alpha \wedge \beta)}{w(\beta)}$$

Primer: $CP(\alpha, \beta) + CP(\alpha, \gamma) \geqslant \frac{1}{2}$

Primer: $CP(\alpha,\beta) + CP(\alpha,\gamma) \geqslant \frac{1}{2}$

$$\frac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)} + \frac{P(\alpha \wedge \gamma)}{P(\gamma)} \geqslant \frac{1}{2}$$

Primer: $CP(\alpha, \beta) + CP(\alpha, \gamma) \geqslant \frac{1}{2}$

$$\frac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)} + \frac{P(\alpha \wedge \gamma)}{P(\gamma)} \geqslant \frac{1}{2}$$

$\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$\alpha \wedge \gamma \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$\beta \Leftrightarrow$
$(\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\alpha\wedge\neg\beta\wedge\neg\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\neg\gamma)$
$\gamma \Leftrightarrow$
$(\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\alpha\wedge\neg\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\neg\beta\wedge\gamma)$

Primer: $CP(\alpha, \beta) + CP(\alpha, \gamma) \geqslant \frac{1}{2}$

$$\frac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)} + \frac{P(\alpha \wedge \gamma)}{P(\gamma)} \geqslant \frac{1}{2}$$

$\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$\alpha \wedge \gamma \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$\beta \Leftrightarrow$
$(\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\alpha\wedge\neg\beta\wedge\neg\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\neg\gamma)$
$\gamma \Leftrightarrow$
$(\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\alpha\wedge\neg\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\neg\beta\wedge\gamma)$

$x_1 = P(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$
$x_2 = P(\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$x_3 = P(\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$x_4 = P(\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$
$x_5 = P(\neg\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$
$x_6 = P(\neg\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$x_7 = P(\neg\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$x_8 = P(\neg\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$

Primer: $CP(\alpha,\beta) + CP(\alpha,\gamma) \geqslant \frac{1}{2}$

$$\frac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)} + \frac{P(\alpha \wedge \gamma)}{P(\gamma)} \geqslant \frac{1}{2}$$

$\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$\alpha \wedge \gamma \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$\beta \Leftrightarrow$
$(\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\alpha\wedge\neg\beta\wedge\neg\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\neg\gamma)$
$\gamma \Leftrightarrow$
$(\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\alpha\wedge\neg\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\beta\wedge\gamma)\vee(\neg\alpha\wedge\neg\beta\wedge\gamma)$

$x_1 = P(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$
$x_2 = P(\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$x_3 = P(\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$x_4 = P(\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$
$x_5 = P(\neg\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$
$x_6 = P(\neg\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$
$x_7 = P(\neg\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$
$x_8 = P(\neg\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$

$$\exists x_1 \ldots x_8 \left(\bigwedge_{i=1}^{8} x_i \geqslant 0 \wedge \sum_{i=1}^{8} x_i = 1 \wedge \frac{x_1 + x_2}{x_1 + x_2 + x_5 + x_7} + \frac{x_1 + x_3}{x_1 + x_3 + x_5 + x_7} \geqslant \frac{1}{2} \right)$$

Outline

Dosadašnji i budući rad

- Zoran Ognjanović, Jozef Kratica, Miloš Milovanović, A genetic algorithm for satisfiability problem in a probabilistic logic: A first report, 2001.
- Zoran Ognjanović, Uroš Midić, Jozef Kratica, A genetic algorithm for probabilistic SAT problem, 2004.
- Zoran Ognjanović, Uroš Midić, Nenad Mladenović, A Hybrid Genetic and Variable Neighborhood Descent for Probabilistic SAT Problem, 2005.
- Dejan Jovanović, Nenad Mladenović, Zoran Ognjanović, Variable Neighborhood Search for the Probabilistic Satisfiability Problem, 2007
- Uraditi dokazivač za LPCP (VNS i paralelizacija)

Outline

Tehnički podaci

- ESSLLI je letnja škola u organizaciji Association for Logic, Language and Information (FoLLI)

Tehnički podaci

- ESSLLI je letnja škola u organizaciji Association for Logic, Language and Information (FoLLI)
- Održava se jednom godišnje u drugom evropskom gradu

Tehnički podaci

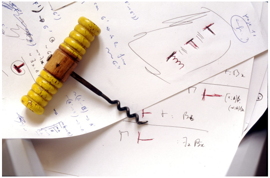
- ESSLLI je letnja škola u organizaciji Association for Logic, Language and Information (FoLLI)
- Održava se jednom godišnje u drugom evropskom gradu
- 2008: Hamburg ($\sim$ 450 učesnika) prva polovina avgusta

Tehnički podaci

- ESSLLI je letnja škola u organizaciji Association for Logic, Language and Information (FoLLI)
- Održava se jednom godišnje u drugom evropskom gradu
- 2008: Hamburg ($\sim$ 450 učesnika) prva polovina avgusta
- Program kurseva: 2 radne nedelje sa 4 slota kurseva (radionica) + studenska sesija


ESSLLI
2008
European Summer School
in Logic, Language and Information
4-15 August

ESSLLI 2009



`http://esslli2009.labri.fr/`
Bordeaux, 20. - 31. jul 2009.