

# Osnove geostatistike

Mladen Nikolić

Zasnovano na kursu Tomislava Hengla

# Sadržaj

- ▶ Osnovni koncepti
- ▶ Prostorna predikcija
- ▶ R + SAGA + Google Earth

# Obrada prostornih podataka

- ▶ Geostatistika — podskup statistike specijalizovan za analizu i intepretaciju geografski označenih (georeferenciranih) podataka.
- ▶ Osnovna pitanja:
  - ▶ Kako je promenljiva raspodeljena u prostoru?
  - ▶ Od čega zavisi variranje promenljive u prostoru?
  - ▶ Kako izabrati uzorak koji će dobro opisati raspodelu promenljive?
  - ▶ Koja je vrednost promenljive na nekoj novoj lokaciji?
  - ▶ Koja je neodređenost ocene vrednosti promenljive?

# Prostorne promenljive

- ▶ Biologija
- ▶ Pedologija
- ▶ Ekologija
- ▶ Klimatologija
- ▶ Hidrologija

## Primer: pH

- ▶ Prostorna karakteristika: kiselost zemljišta
- ▶ Promenljiva od interesa: pH vrednost
- ▶ Jedinice: koncentracija  $H^+$  jona u zemljištu
- ▶ Željeni izlaz analize: mapa neprekidnih vrednosti koncentracije
- ▶ Interpretacija: karakteristike zemljišta — kiselo, neutralno, bazno

# Softverska podrška

- ▶ GIS alati: ArcGIS, SAGA, ILWIS
- ▶ Veliki broj formata raznih proizvođača softvera
- ▶ GDAL/OGR - biblioteke za prevođenje između različitih rasterskih i vektorskih prostornih formata

# Koordinatni sistemi

- ▶ Zašto ne uvek WGS84?
  - ▶ Odnos X i Y koordinata nije 1:1
  - ▶ Veličina i oblik ćelije grida nisu konstantni, dok algoritmi obično pretpostavljaju dekartov sistem
  - ▶ Karte se ne mogu štampati i koristiti za određivanje rastojanja, površina, uglova
  - ▶ Jedinice merenja su apstraktne — lučne sekunde, lučni minuti, lučni stepeni
- ▶ Upravljanje koordinatnim sistemima
- ▶ PROJ.4

# Geostatističko kartiranje

Kreiranje mapa korišćenjem opservacija sa terena, pomoćnih informacija, matematičkih metoda i računarskih programa koji računaju vrednosti kartirane promenljive.



## Model prostorne predikcije

$$\hat{z}(s) = E\{z | z(s_i), q_k(s_i), \gamma(s_i, s_j), s, s_i, s_j \in S\}$$

- ▶  $z$  je prostorna promenljiva koja se analizira
- ▶  $\hat{z}$  je ocena prostorne promenljive
- ▶  $S$  je skup tačaka u kojima je uziman uzorak
- ▶  $z(s_i)$  je izmerena vrednost prostorne promenljive u tački  $s_i$
- ▶  $q_k$  su deterministički prediktori
- ▶  $\gamma(s_i, s_j)$  je model prostorne autokorelacije

# Metode prostorne predikcije

- ▶ Regresija
- ▶ Kriging
- ▶ Regresioni ili univerzalni kriging

# Regresija

- ▶ Regresiona ocena se bazira na determinističkim faktorima okoline koji ne uključuju prostorne odnose, već osobine okoline  $q_k$  u zadatoj tački  $s$

$$\hat{z}_R(s) = \beta_0 + \sum_{k=1}^p \beta_k \cdot q_k(s) = \beta^\top \mathbf{q}$$

$$\beta = (\mathbf{q}^\top \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^\top \mathbf{z}$$

- ▶ Rezidual u nekoj tački je greška  $\hat{z}_R(s) - z(s)$ .

# Variogram (1)

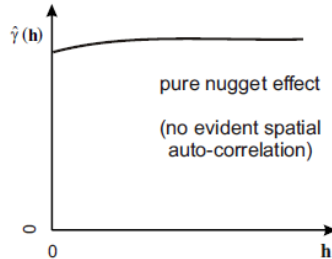
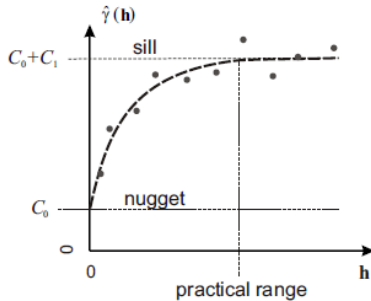
- ▶ Model prostorne varijacije se zadaje variogramom

$$2\gamma(s_i, s_j) = E\{(z(s_i) - z(s_j))^2\}$$

- ▶ Uobičajene pretpostavke o stacionarnosti i izotropiji omogućavaju sledeći oblik

$$2\gamma(h) = E\{(z(s_i) - z(s_j))^2 \mid \|s_i - s_j\| = h\}$$

## Variogram (2)



## Obični kriging (1)

- ▶ Prostorna ocena promenljive kod običnog kriginga je zasnovana na doprinosima tačaka u kojima je vrednost promenljive poznata

$$\hat{z}_K(s) = \mu + \sum_{i=1}^n w_i(s)z(s_i) = \mathbf{w}^\top \mathbf{z}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i(s) = 1$$

## Obični kriging (2)

- ▶ Rešenje je BLUE ocena:

$$\begin{bmatrix} w_1(s) \\ \vdots \\ w_n(s) \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(s_1, s_1) & \dots & \gamma(s_1, s_n) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_n, s_1) & \dots & \gamma(s_n, s_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma(s, s_1) \\ \vdots \\ \gamma(s, s_2) \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Univerzalni kriging

- ▶ Kod univerzalnog kriginga uključena je i regresija kojom se modelira zavisnost od determinističkih faktora okoline i obični kriging kojim se modeliraju prostorne zavisnosti:

$$\hat{z}(s) = \hat{z}_R(s) + \hat{e}_K(s) = \beta_0 + \sum_{k=1}^p \beta_k q_k(s) + \sum_{i=1}^n w_i(s) e(s_i)$$

- ▶ Pri tome su  $e(s_i)$  reziduali u tačkama  $s_i$ , a  $\hat{e}_K(s)$  interpolirani rezidual.



## Šta kad koristiti?

- ▶ Ako je promenljiva korelirana sa faktorima okoline
  - ▶ Ako reziduali pokazuju prostornu autokorelaciju, koristiti univerzalni kriging
  - ▶ U suprotnom samo regresiju
- ▶ Ako promenljiva nije korelirana sa faktorima okoline, ali pokazuje prostornu autokorelaciju, koristiti obični kriging
- ▶ Ako promenljiva nije korelirana sa faktorima okoline niti pokazuje prostornu autokorelaciju, nije moguće dati predikciju

# R + SAGA + Google Earth

- ▶ Kombinovani pristup:
  - ▶ R - skripte i statistička izračunavanja
  - ▶ SAGA - GIS analiza
  - ▶ Google Earth - razgledanje i deljenje podataka
- ▶ Moguće je postići više nego sa standardnim alatima, ali je potrebno programirati