High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.
Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic
Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_17_01.) *Pod pretpostavkom da važi* $bet(A, B, C)$ *i* $bet(C, B, D)$ *i* $bet(D, B, E)$ *pokazati da postoji prava* p *tako da važi* $A \in p$ *i* $C \in p$ *i* $D \in p$ *i* $E \in p$ *i* $B \in p$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $bet(A, B, C)$ važi $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $col(A, B, C)$ i $bet(C, B, A)$ (aksioma $II1$).
2. Na osnovu činjenice $bet(C, B, D)$ važi $C \neq B$ i $C \neq D$ i $B \neq D$ i $col(C, B, D)$ i $bet(D, B, C)$ (aksioma $II1$).
3. Na osnovu činjenice $bet(D, B, C)$ važi $D \neq B$ i $D \neq C$ i $B \neq C$ i $col(D, B, C)$ i $bet(C, B, D)$ (aksioma $II1$).
4. Na osnovu činjenice $bet(D, B, E)$ važi $D \neq B$ i $D \neq E$ i $B \neq E$ i $col(D, B, E)$ i $bet(E, B, D)$ (aksioma $II1$).
5. Na osnovu činjenice $bet(E, B, D)$ važi $E \neq B$ i $E \neq D$ i $B \neq D$ i $col(E, B, D)$ i $bet(D, B, E)$ (aksioma $II1$).
6. Na osnovu činjenice $col(C, B, D)$ važi $col(C, D, B)$ i $col(B, C, D)$ i $col(B, D, C)$ i $col(D, C, B)$ i $col(D, B, C)$ (aksioma sym_col).
7. Na osnovu činjenice $col(D, B, E)$ važi $col(D, E, B)$ i $col(B, D, E)$ i $col(B, E, D)$ i $col(E, D, B)$ i $col(E, B, D)$ (aksioma sym_col).
8. Na osnovu činjenice $col(B, D, E)$ postoji prava r tako da važi $B \in r$ i $D \in r$ i $E \in r$ (aksioma $D2$).
9. Na osnovu činjenice $col(B, C, D)$ postoji prava q tako da važi $B \in q$ i $C \in q$ i $D \in q$ (aksioma $D2$).
10. Na osnovu činjenice $col(A, B, C)$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma $D2$).
11. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
    12. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
        13. Na osnovu činjenica $col(D, B, E)$ i $A = D$ važi $col(A, B, E)$.
        14. Na osnovu činjenice $col(A, B, E)$ postoji prava q tako da važi $A \in q$ i $B \in q$ i $E \in q$ (aksioma $D2$).
        15. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $A \in q$ i $B \in q$ važi $p = q$ (aksioma $I2$).
        16. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A = D$ važi $D \in p$.
        17. Na osnovu činjenica $E \in q$ i $p = q$ važi $E \in p$.
        18. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in p$ i $C \in p$ i $D \in p$ i $E \in p$ i $B \in p$.

19. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
    20. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $B \in q$ i $C \in q$ važi $p = q$ (aksioma $I2$).
    21. Na osnovu činjenica $D \in q$ i $p = q$ važi $D \in p$.
    22. Na osnovu činjenica $B \neq D$ i $B \in p$ i $D \in p$ i $B \in r$ i $D \in r$ važi $p = r$ (aksioma $I2$).
    23. Na osnovu činjenica $D \in q$ i $p = q$ i $p = r$ važi $D \in p$.
    24. Na osnovu činjenica $E \in r$ i $p = q$ i $p = r$ važi $E \in p$.
    25. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in p$ i $C \in p$ i $D \in p$ i $E \in p$ i $B \in p$.
26. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_17_02.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, E, B)$ i $bet(B, E, C)$ i $bet(C, E, D)$ i $A \in u$ i $B \in u$ i $C \in u$ i $D \in u$ i $E \in u$ pokazati da važi $bet(A, E, D)$.*
