

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_11.01.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in q$ i prave p i q se seku pokazati da postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma I3a).
2. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $A \notin p$ važi $\neg col(B, C, A)$ (aksioma D1a).
3. Na osnovu činjenice $\neg col(B, C, A)$ važi $\neg col(C, A, B)$ (aksioma *sym_ncol1*).
4. Na osnovu činjenice $\neg col(C, A, B)$ važi $\neg col(A, B, C)$ (aksioma *sym_ncol1*).
5. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ (aksioma I4a).
6. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma I6).
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$.

QED

Teorema 2 (th_11.02.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in q$ i prave p i q se seku i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ pokazati da važi $q \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice prave p i q se seku postoji tačka B tako da važi $p \neq q$ i $B \in p$ i $B \in q$ (aksioma D6).
2. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $B \in p$ važi $B \in \alpha$ (aksioma D11).
3. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
4. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
 5. Na osnovu činjenica $B \in p$ i $A = B$ važi $A \in p$.
 6. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
7. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
 8. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma I6).
 9. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $q \in \alpha$.
10. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED
